Curso de Física Estatística

1^a Lista - 2^0 semestre 2011

Prof. Anna Chame

Teoria Cinética (Feynman Cap.39 ou Moyses vol. 2 Cap 11)

1) Considere um gás composto de xN moléculas diatômicas e $(1-x)N$ moléculas monoatômicas.

a) Calcule o expoente adiabático $\gamma = C_P/C_V$

b) Verifique que o resultado se reduz aos casos limites esperados quando $x = 0$ e $x = 1$.

2) Considere moléculas de massa m na superfície de um corpo celeste de massa M e raio R. Determine a temperatura na qual a velocidade quadrática média das moléculas se iguala à velocidade de escape. Obtenha essa temperatura para átomos de Hélio (massa molar 4g) na superfície da Lua ($M = 7,36 \times 10^2 2Kg$, $R = 1,74 \times 10^6$). Discuta seu resultado.

3) Um compartimento cilíndrico de área A e comprimento L é separado em duas partes por um pistão que se move com atrito desprezível. No compartimento da esquerda há N_1 átomos de massa m_1 e no da direita N_2 átomos de massa m_2. Suponha que a energia total do sistema seja E e assuma que no equilíbrio as pressões e energias cinéticas médias das moléculas sejam as mesmas nos dois compartimentos. O volume total dos compartimentos é $V = (L_1 + L_2)A = LA$

a) Determine os valores das distâncias L_1 e L_2 no equilíbrio.

b) Determine a energia cinética média por molécula no equilíbrio.

4) Considere um modelo para uma atmosfera isotérmica, onde uma coluna de gás ideal se estende até uma grande altura, em equilíbrio térmico (temperatura T constante para todas as alturas) . Considere o valor de g constante também. Analisando uma camada dessa atmosfera, localizada entre as alturas z e $z + dz$, de área A, mostre que a pressão em função de z é dada por:

$P(z) = P(0)e^{-mgz/k_BT}$

e a densidade do gás decresce com a altura como :

$\rho(z) = \frac{P(0)}{k_B T} e^{-mgz/k_B T}$

5) Generalize a discussão da atmosfera isotérmica para o caso em que as partículas são submetidas a uma força externa derivada do potencial $V(\vec{r})$. Mostre que a densidade do gás será dada por :
$\rho(\vec{r}) = \rho(\vec{r}_0) e^{-V(\vec{r})/k_B T}$
onde $V(\vec{r}_0) = 0$.

Capítulo 1 do Reif ou 1 Salinas

- Reif 1.1 (prob 1.1 Salinas). Qual é a probabilidade de fazer pelo menos seis pontos numa jogada de três dados ?

- Reif 1.4. Um bêbado começa a caminhar a partir de um poste no meio de uma rua, dando passos de igual comprimento para a direita ou para a esquerda com igual probabilidade. Qual é a probabilidade de que o homem vá estar de novo no poste depois de N passos

  a)se N é par?

  b) se N é ímpar ?

- Reif 1.9 (prob 1.5 Salinas). Mostrou-se que a probabilidade $W_N(n)$ de que um evento caracterizado pela probabilidade p ocorra n vezes em N tentativas é dada pela distribuição binomial

$$W_N(n) = \frac{N!}{n!(N-n)!} p^n (1-p)^{N-n}$$

  Considere a situação onde a probabilidade p seja pequena ($p << 1$) e onde estamos interessados no caso $n << N$ (Note que se N é grande, $W_N(n)$ se torna muito pequeno se $n \to N$, devido ao fator p^n, muito pequeno quando $p << 1$. Assim W(n) só será de fato apreciável quando $n << N$). Nesse caso, diversas aproximações podem ser feitas para reduzir a distribuição binomial a uma forma mais simples.

  a) Usando o resultado $ln(1-p) \approx -p$ mostre que $(1-p)^{N-n} \approx e^{-Np}$

  b) Mostre que $\frac{N!}{n!(N-n)!} \approx N^n$.

  c) Mostre que a distribuição binomial se reduz a

$$W(n) = \frac{\lambda^n}{n!} e^{-\lambda}$$

onde $\lambda = Np$ é o número médio de eventos. Esta é a distribuição de Poisson.

- Reif 1.11. Suponha que erros tipográficos cometidos por um digitador ocorram de modo completamente aleatório. Suponha que um livro de 600 páginas contenha 600 desses erros. Use a distribuição de Poisson para calcular a probabilidade

  a) de que uma página não contenha erros.

  b) de que uma página contenha ao menos 3 erros.

- Reif 1.16. Considere um gás de N_0 moléculas não-interagentes dentro de um volume V_0. Focalize a atenção em qualquer subvolume V deste recipiente e denote por N o número de moléculas localizadas neste subvolume. Cada molécula tem igual probabilidade de estar localizada em qualquer lugar dentro do recipiente, então a probabilidade de que uma dada molécula esteja localizada no subvolume V é simplesmente $p = V/V_0$.

  (a) Qual é a probabilidade de ter N moléculas dentro do subvolume V e $N_0 - N$ fora dele ?

  b) Qual é o número médio $< N >$ de moléculas no subvolume V ?

  c) Qual é a dispersão $< (N - < N >)^2 >$?

- Reif 1.22 (prob 1.6 Salinas).

  Considere a caminhada aleatória de uma partícula em uma dimensão. Depois de N passos a partir da origem, sua posição é dada por

  $x = \sum_{j=1}^{N} s_j$

  onde $\{s_j\}$ é um conjunto de variáveis aleatórias independentes, identicamente distribuídas, dadas pela distribuição de probabilidades

  $$w(s) = \frac{1}{(2\pi\sigma^2)^{1/2}} e^{-\frac{(s-\ell)^2}{2\sigma^2}}$$

  onde σ e ℓ são constantes positivas.

Após N passos,

(a) qual o deslocamento médio $< x >$ a partir da origem ?

(b) qual a dispersão $< (x- < x >)^2 >$?

- Reif 1.23 (prob 1.6 Salinas).

  Considere o problema da caminhada aleatória de uma partícula em uma dimensão. Depois de N passos a partir da origem , a posição é dada por

  $x = \sum_{j=1}^{N} s_j$

  onde $\{s_j\}$ é um conjunto de variáveis aleatórias independentes, identicamente distribuídas. Admita que em cada passo o deslocamento é sempre positivo, com probabilidades iguais de se situar em qualquer ponto no intervalo entre $\ell - b$ e $\ell + b$, com $0 < b < \ell$.

  Após N passos, quais serão os valores

  (a) do deslocamento médio $< x >$?

  (b) da dispersão $< (x- < x >)^2 >$?